XX CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
III MOSTRA CIENTÍFICA
UFPEL

UTILIZAÇÃO DE CAS (SISTEMAS DE COMPUTAÇÃO ALGÉBRICA) PARA OTIMIZAÇÃO DE USO DE MATERIAIS NA ENGENHARIA

IACKS, Jonathan Aires[1]; SOUZA, Thiago Rosa de[1]; VARGAS JR., Vanderlei R. de[2]; SIMCH, Márcia Rosales Ribeiro[3]

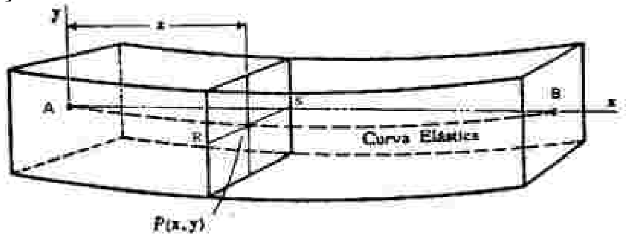
[1]Universidade Federal de Pelotas/Curso de Engenharia Civil; [2]Universidade Federal de Pelotas/Faculdade de Meteorologia; [3]Universidade Federal de Pelotas/Centro das Engenharias.
jonathan.aires@hotmail.com

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho realça a importância do processo de visualização na investigação de modelos matemáticos, em um curso introdutório de Equações Diferenciais Ordinárias, com ênfase na abordagem geométrica das soluções. Apresenta-se uma proposta pedagógica de estudo de EDO de segunda ordem utilizando-se CAS. Este estudo foi desenvolvido utilizando-se uma abordagem qualitativa da deformação "versus" menor consumo de concreto em uma viga horizontal bi-apoiada, homogênea, quanto ao material, e uniforme.

2 METODOLOGIA (MATERIAL E MÉTODOS)

Considera-se uma seção transversal de uma viga, a uma distância *x* de uma extremidade; AB é o segmento de intersecção com a superfície neutra e P é o traço da curva elástica nessa seção.



O momento M, de todas as forças que agem em qualquer das partes em que a viga foi dividida, é dado por:

$$M = \frac{EI}{R},$$

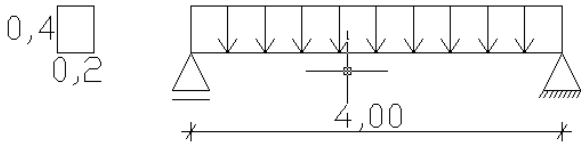
onde, E é o módulo de elasticidade do material da viga, I é o momento de Inércia da seção transversal, em relação a AB, R o Raio de curvatura da curva elástica, no ponto P. Por conveniência, supõem-se que a viga foi substituída por uma curva elástica e a seção transversal pelo ponto P. Toma-se a origem na extremidade esquerda da viga, o eixo dos *x* na horizontal e o ponto P com as coordenadas (x, y). Como a inclinação $\frac{dy}{dx}$ da curva elástica, em qualquer ponto, é uma quantidade necessariamente pequena, pode-se escrever:

$$R = \frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \approx \frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}}.$$

E a equação do momento reduz-se a:

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = M \ .$$

Associamos a um exemplo real de aplicação, supondo-se a viga bi-apoiada e com a seção transversal abaixo:



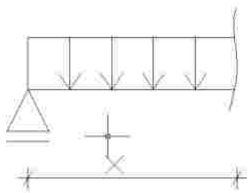
As reações são:

$$\sum FV = 0 \qquad \qquad \sum MA = 0$$
$$RA + RB = 6000 \quad \text{e} \quad RB \cdot 4 - 6000 \cdot 2 = 0$$
$$RA = 300Kgf \qquad \qquad RB = 300Kgf$$

O momento de Inércia é dado por:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,2 \cdot 0,4^3}{12} = 0,001066666m^4$$
$$G = 2 \cdot 10^6 \ .$$

A equação do Esforço cortante é:



$$EC = 3000 - 1500x \ .$$

A equação do Momento Fletor é:

$$MF = \int EC$$
$$MF = \int 3000 - 1500x$$
$$MF = 3000x - 1500\frac{x^2}{2}$$
$$MF = 3000x - 750x^2$$

Para obter-se a deformação vertical da viga, a chamada “Flecha”, calcula-se a derivada segunda de $(-MF)$, ou seja:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-MF(x)}{EI}$$

$$EI \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = -3000x + 750x^2$$

$$EI \cdot \frac{dy}{dx} = -1500x^2 + 250x^3 + c_1$$

$$EI \cdot y = -500x^3 + 250\frac{x^4}{4} + c_1x + c_2$$

As condições de contorno são:

1ª Condição, x = 0 e y = 0, o que resulta em c_2=0;

2ª Condição:, x = 4 e y = 0, obtendo-se

$$0 = -500 \cdot (4)^3 + \frac{250}{4} \cdot (4)^4 + 4c_1$$

$$0 = -32000 + 16000 + 4c_1$$

$$c_1 = 4000$$

Assim, conclui-se que a flecha máxima desta viga é dada por:

$$y_{máx} = \frac{-500x^3 + \frac{250}{4}x^4 + 4000x}{EI},$$

após a substituição dos valores de E, I, x e y.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Avaliamos também outra forma de solução, isto é, fazendo-se uma análise qualitativa, através do uso de um Sistema de Computação Algébrica:

$$m_1 := 0.001066666667$$

$$m_2 := 0.0002666666667$$

$$m_3 := 0.0001333333333$$

$$m_4 := 0.002133333333$$

$$m_5 := 0.0009261000000$$

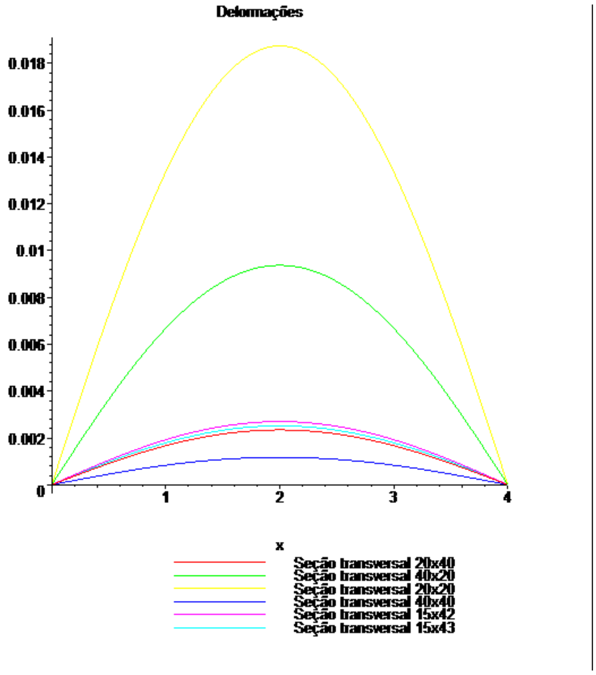
$$m_6 := 0.0009938375000$$

$$edo := \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x)\right) E\,M = -3000\,x + 750\,x^2$$

$$ics := y(0) = 0,\ y(4) = 0$$

$$y(x) = \frac{125\,x^4}{2\,E\,M} - \frac{500\,x^3}{E\,M} + \frac{4000\,x}{E\,M}$$

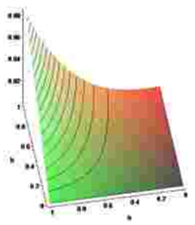
```
> for i from 1 to 6 do y[i]:=subs(E=2*10^9,M=m[i],125/2/E/M*x^4-500/E/M*x^3+4000/E/M*x) end do:
> #for i from 1 to 6 do p[i]:=
plot([y[1],y[2],y[3],y[4],y[5],y[6]],x=0..4,title=`Deformações`,legend=["Seção transversal 20x40","Seção transversal 40x20","Seção transversal 20x20","Seção transversal 40x40","Seção transversal 15x42","Seção transversal 15x43"]);
#end do:
```

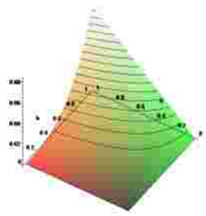


Pela representação gráfica acima se verifica que quanto maior h, menor a deformação; além disso, observa-se que para as seções transversais de 15x43cm e 20x40cm são obtidas deformações muito semelhantes, porém com aproximadamente 20% de diferença no volume de concreto.

4 CONCLUSÃO

A minimização do deslocamento (deflexão) depende da maximização do momento, ou seja, como $M = b.h^3/12$ e $A = b.h$, $M = A.h^2/12$, então maximizar M implica em maximizar A (área da seção transversal). Porém a maximização do momento nem sempre conduz à minimização de custo, para minimizá-lo, uma possibilidade seria fixar o comprimento da base e procurar o momento de inércia adequado para obter a altura, conforme figuras abaixo, que mostram as curvas de contorno do momento em termos de b e h. Cada curva de contorno representa igual custo utilizando os comprimentos de b e h respectivos.





5 REFERÊNCIAS

ZILL, Dennis G. **Equações Diferenciais com Aplicações em Modelagem**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003.

AYRES JR, Frank. **Equações Diferenciais**. São Paulo: McGRAW-HILL, 1973.